



زمان ۴۳ دقیقه

درس ریاضی ۳

دبیر آکادمی فدوی

مبحث مشتق جامع

شماره آزمون ۷

نام و نام خانوادگی

۱

اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 1}{x^2 - 1} = \frac{1}{2}$ ، مشتق تابع $y = f^3\left(\frac{f^2(x)}{x}\right)$ در $x = 1$ کدام است؟

(۱) -۹

(۲) ۹

(۳) ۶

(۴) -۶

۲

مساحت سطح محدود به خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3$ در $x = -1$ و محورهای مختصات کدام است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$

(۴) ۱

۳

اگر f یک تابع خطی باشد و $f^2(x)f'(x) + f(2x) = 8x^2 - 36x + 45$ ، مقدار $f(-1)$ چند است؟

(۱) -۳

(۲) -۷

(۳) ۳

(۴) ۷

۴

اگر $g(x) = f^3(x) - \frac{f(x^2)}{f^2(x)}$ و $f'(1) = -2f(1) = 2$ ، حاصل $g'(1)$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۲

(۳) -۶

(۴) -۲

۵

تابع $f(x) = (x-a)^m \sqrt[n]{(x-a)^n}$ ، $m, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = +\infty$ ، آنگاه $m + n$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد. آهنگ لحظه‌ای رشد در ماه نهم چندبرابر آهنگ متوسط رشد در طی ۱ سال و نیم اول زندگی است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{6}{7}$

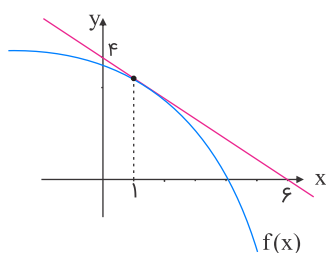
اگر $f(x) = \frac{4x-1}{4+x-4\sqrt{x}}$ و $g(x) = (x-4)^2$ باشد، حاصل $f'(\frac{1}{4})g(\frac{1}{4})$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۶
(۳) ۲۵ (۴) ۲۰

بیشترین شیب مابین خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - x + \frac{2}{3}$ کدام است؟

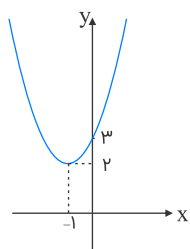
- (۱) -۱ (۲) ۱
(۳) ۳ (۴) $\frac{2}{3}$

اگر نمودار $f(x)$ شبیه شکل زیر باشد، مشتق تابع $y = \frac{x^2+1}{f(x)}$ در نقطه $x=1$ کدام است؟



- (۱) $0/76$
(۲) $0/64$
(۳) $0/72$
(۴) $0/78$

باتوجه به نمودار تابع f ، مقدار $\frac{f''(2)}{f'(-3)}$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{1}{2}$
(۴) -۱

جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. اگر ارتفاع جسم در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید، سرعت متوسط جسم در کدامیک از بازه‌های زیر برابر با صفر نیست؟

- (۱) $[3, 5]$ (۲) $[0, 8]$
(۳) $[1, 6]$ (۴) $[2/5, 5/5]$

تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن x مدت‌زمان پس از تولد برحسب ماه است. در کدام ماه پس از تولد، آهنگ متوسط رشد قد کودکان در بازه $[0, 60]$ با آهنگ لحظه‌ای رشد آن‌ها برابر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۵
(۳) ۱۴ (۴) ۱۲

خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می‌کند که در آن $0 \leq t \leq 5$ برحسب ثانیه است. اگر بیشترین مقدار سرعت متحرک v باشد و در لحظه t اتفاق بیافتد، به ترتیب t و v کدام‌اند؟

- (۱) ۲۰، صفر (۲) ۴۰، صفر
(۳) ۲۰، ۲ (۴) ۴۰، ۲

تابع f به گونه‌ای تعریف شده است که رابطه $f(x) = \frac{f'(x)}{1 + f'(x)}$ برقرار است. اگر $f'(0) = 1$ باشد، $f''(0)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) ۴ (۴) ۸

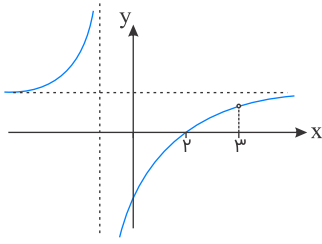
اگر $g(x) = f(x^n)$ و $h(x) = f^n(x)$ و n عددی طبیعی باشد، مقدار $(\log)'(1)$ با فرض $f(1) = 1$ کدام است؟

- (۱) $nf'(1)$ (۲) $n(f'(1))^2$
(۳) $n^2 f'(1)$ (۴) $n^2 (f'(1))^2$

اگر $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x & ; x > 2 \\ 2x + 6 & ; x \leq 2 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2 + |h|) - f(2)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸
(۳) ۱۲ (۴) وجود ندارد.

نمودار $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 2x - 3}$ به شکل زیر است. مشتق دوم به ازای $x = -3$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
 (۲) $-\frac{3}{4}$
 (۳) -6
 (۴) 6

عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار $f(x) = \frac{x}{2x^2 + x - 1}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$
 (۲) $-\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $-\frac{4}{5}$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - x| [-x]}{x - \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) 2
 (۲) -2
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $-\frac{1}{2}$

خط مماس بر تابع $y = \sqrt{x}$ ، در نقطه‌ای به طول $x = 4$ روی آن، محور x ها را در کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -2
 (۲) -4
 (۳) -6
 (۴) -8

در تابع چندجمله‌ای f ، اگر $f'(x) - 2f''(x) = 3x^2 - 18x - 3$ برقرار باشد، مقدار $f''(0)$ کدام است؟

- (۱) 9
 (۲) -9
 (۳) 6
 (۴) -6

اگر $f^2(x+3) + 6f(x^3+3) = 2x^2 + x - 9$ باشد، مقدار $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$
 (۲) $\frac{1}{6}$
 (۳) $-\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{1}{3}$

اگر $f(x) = (x^2 + x + 1)(x^3 + 1)(x^6 + 1)$ ، حاصل $f'(2) + f(2)$ کدام است؟

- (۱) 12×2^{11}
 (۲) 11×2^{12}
 (۳) $12 \times 2^{11} - 1$
 (۴) $11 \times 2^{12} - 1$

۲۴

در جدول زیر، مقادیری از f ، g ، f' و g' داده شده است. اگر $h(x) = 2f^3(g^f(x))$ باشد، مقدار $h'(0)$ کدام است؟

x	f	g	f'	g'
0	-1	1	-2	2
1	1	-1	2	-4

(۱) ۹۶ (۲) ۴۸

(۳) -۹۶ (۴) -۴۸

۲۵

اگر $(fg)'(a) = 16$ ، $(f + 2g)'(a) = 8$ و $(\frac{f}{g})(a) = 2$ باشد، مقدار $(f + g)(a)$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶

(۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۶

نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{2}{3}$ در نقاط $(1, 3)$ و $(5, \frac{-23}{3})$ مماس موازی محور طول‌ها دارد. مقدار a کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{-1}{3}$

(۳) ۳ (۴) -۳

۲۷

کدام یک از توابع زیر در بازه $[-1, 0]$ مشتق‌پذیر است ولی در نقطه $x = 0$ مشتق‌پذیر نیست؟

(۱) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ (۲) $f(x) = x|x|$

(۳) $f(x) = [-x]$ (۴) $f(x) = -[x]$

۲۸

اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ باشد، مشتق تابع $f \circ f$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) x (۴) $-x$

۲۹

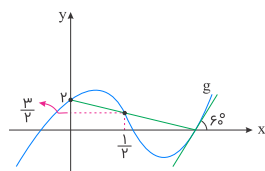
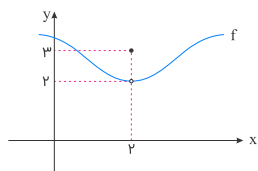
اگر $h(1) = \frac{1}{3}h'(1) = 1$ ، $g(1) = g'(1) = 2$ و $f(2) = f'(2) = -1$ ، آنگاه مشتق تابع $f \circ g \circ h$ در $x = 1$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{-1}{3} \quad (2) \\ & \frac{4}{3} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \quad (1) \\ & \frac{-4}{3} \quad (3) \end{aligned}$$

۳۰

اگر نمودار توابع f و g به صورت زیر باشند، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)g(2+h) - f(2)g(2)}{h}$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$

(۴) وجود ندارد.